

Probabilidades y Estadística (C)**Ejercicio 1**

Consideremos una muestra X_1, \dots, X_n de v.a.i.i.d. con función de densidad dada por

$$f_X(x, \tau) = \frac{1}{2\tau} e^{-\frac{|x|}{\tau}}$$

Con $\tau > 0$.

- Hallar el estimador de momentos de τ .
- Hallar el estimador de máxima verosimilitud de τ .
- Hallar el estimador de máxima verosimilitud de $3\tau^2 + 8$.

Ejercicio 2

Consideremos una m.a. de X_1, \dots, X_n de v.a.i.i.d. con función de densidad dada por

$$f_X(x, \theta) = \frac{3\theta^3}{x^4} I_{[\theta, +\infty)}(x)$$

Con $\theta > 0$.

- Hallar el estimador de máxima verosimilitud de θ .
- Hallar el estimador de momentos de θ .
- Compara los dos estimadores con el *ECM*. ¿Cuál de ellos es mejor estimador en términos de este error?
- Analiza la consistencia de estos estimadores.
- Hallar el EMV de $\beta = \ln(\theta)$.

Ejercicio 3

Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución con densidad

$$f(x; \alpha) = \frac{1}{\alpha} x^{-\frac{1}{\alpha}-1} I_{(1, +\infty)}(x) \quad \alpha > 0$$

- Hallar el estimador de máxima verosimilitud de α .
- Decidir si el estimador hallado es insesgado o no. ¿Es este estimador consistente?
- Suponiendo que $\alpha = 2$, hallar n que garantice que

$$P\left(e^{-n} \leq \prod_{i=1}^n X_i \leq e^{5n}\right) \geq 0.99$$

Sugerencia: Considere la distribución de $Y = \ln(X)$.

- Suponer además $\alpha < 1$ y hallar el estimador de momentos de α .